

Wyliczanie prawdy

By dobrze i zwięzle argumentować, trzeba by m.in. umieć liczyć i wartościować argumenty. Myśl ta odnosi się poniekąd do myśli Gottfrieda Wilhelma Leibniza, który twierdził podobno, że w sporach między filozofami będzie możliwe wyliczyć, kto ma rację:

A gdy to już nastąpi, dwaj filozofowie, ilekroć powstanie spór, nie będą inaczej rozmawiać, aniżeli dwaj rachmistrze. Wystarczy, jeśli wezmą pióra do ręki, zasiądą do tablic i jeśli jeden drugiemu powie (mając przyjaciela za świadka, jeśli tego chcą): *Calculemus* (Porachujmy)!ⁱ

Problem jest jednak taki: jak liczyć, by kalkulować prawdę. Można też się zastanawiać, czy jest to w ogóle zasadne podejście. Łatwiej być może przedstawić to matematycznie niż odpowiedzieć na powyższe pytanie.

W logice problemem nie jest wyliczanie prostych formuł, których rezultatem jest oczywista prawda lub fałsz. Byłyby to odpowiednio: prawda – tautologia(e) (tj. zdanie(a) zawsze prawdziwe, typu kawaler to kawaler), fałsz – kontr-tautologia(e) (typu: kawaler to nie-kawaler). Problemem są bardziej formuły, które wydają się nie być ani prawdziwe, ani fałszywe. Lub wydają się zarazem takie i takie. Ujmując inaczej - nie są ani tautologią, ani kontr-tautologią. Dla przykładu:

Słońce wstało z łóżka.

Słońce nie kładzie się spać ani nie ma łóżka. Wiadomo jednak, że nie musi być tu o słońcu (jako gwiazdzie) mowa. Dlatego nie wiadomo, czy jest to prawda, czy fałsz. Poza powyższym jest też wiele innych, lepszych przykładów i wiele różnych paradoksów, które mogą utwierdzić w przekonaniu, że już u podstaw logiki mogą być problemy. Może lepiej jest to zobrazować autorską wariacją paradoksu Sorensena (o nieskończonej kolejce studentów będących w błędzie, będącej w dodatku wariacją innego paradoksu):

Jest profesor który opowiada o ułomności ludzkiego poznania. Wokół niego jest krąg studentów. Każdy myśli to samo: osoby po mojej lewej i prawej są w błędzie. Z tego względu pojawia się problem logiczny - jak to może być spójne ze sobą. Jest to przecież błędne koło poznania. Jeśli pierwsza osoba tak myśli, to znaczy, że druga osoba się myli myśląc, że inni są w błędzie. Tak więc co najmniej dwie osoby mają rację, że wszyscy inni w kręgu są w błędzie. Jako jednak, że każdy myśli to samo, każdy zarazem jest w błędzie i nie jestⁱⁱ.

Jest to błędne koło do którego najlepiej nie wchodzić. W zasadzie nawet nie musi to być koło, a wystarczyłyby tylko dwie osoby. Dodać też warto że sam profesor, jako człowiek, ma ułomne poznanie. Wszyscy więc błędzą.

Powracając jednak do tematu wyliczania prawdy - myśl jest taka: trzeba umieć zamieniać znaki i wartości logiczne na proste liczby i znaki matematyczne. To, co już jest, to:

1 - symbolizuje prawdę;

0 - symbolizuje fałsz.

Są jeszcze tzw. spójniki logiczne:

$\vee$ – alternatywy (co byłoby np. słowami „lub”, „albo”),

$\wedge$ - koniunkcji (co byłoby np. słowami „i”, „oraz”),

$\neg$ - negacji (co byłoby np. słowem „nie”),

$\Leftrightarrow$ - równoważności (co byłoby np. sformułowaniami „równa się”, „wtedy i tylko wtedy”),

$\rightarrow$ - implikacji (co byłoby np. sformułowaniem „jeśli... to...”).

Standardowo prezentuje się tabele:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1

gdzie „p” oznacza zdanie logiczne, „q” oznacza inne zdanie logiczne, a „p” i „q” w prezentowanym tekście odpowiadałyby sformułowaniu „pojedyncze twierdzenie”. Dla przykładu: „p” - słońce wstało z łóżka. Dodać należy, że chodzi tu tylko o ocenę, czy zdanie jest spójne logiczne. Logika

nie jest po to, by prezentować moralne oceny rozumowań, lecz po to, by m.in. oceniać spójność rozumowania.

Warto również przedstawić powyższy przykład w klasycznym rachunku zdań. W tym celu można by dodać zdanie: „Słońce się zamyśliło”. Niech będzie to zdanie „q”. W zależności od spójnika logicznego mogłoby to być „ $p \wedge q$ ”. Byłoby to: „słońce wstało z łóżka i się zamyśliło”. Jako, że słońce nie myśli (a przynajmniej – nic na ten temat nie wiadomo), jest to fałsz, czyli „0”. Zgodnie z tabelą: $0 \wedge 0$, czyli zdanie jest fałszem.

Klasyczna logika rozważa tylko dwie wyżej wymienione wartości („1” – prawda, „0” - fałsz), wielowartościowe logiki - również i inne. Jednak w matematyce jest więcej liczb niż tylko „1” i „0”. By uspoźnić znaki logiki i matematyki, warto rozważyć poniższą propozycję:

1. Liczba „1” - symbolizuje pojedyncze twierdzenie prawdziwe.
2. Liczby większe niż „1” – symbolizują odpowiednio więcej twierdzeń prawdziwych.
3. Liczba „-1” – symbolizuje pojedyncze twierdzenie fałszywe.
4. Liczby mniejsze niż „-1” – symbolizują odpowiednio więcej twierdzeń fałszywych.
5. Liczba „0” - jest to twierdzenie bez wartości logicznej lub twierdzenie niepewne logicznie, tak jak w zdaniach: „Słońce wstało z łóżka”, „Obecny król Francji jest łyśy”.

A spójniki logiczne można by pozamieniać wg poniższego wzoru:

- koniunkcja na "+";
- alternatywa na "-";
- negacja na "-";
- równoważności na "=";
- implikacja, która zwiększa ilość twierdzeń prawdziwych powyżej 0: " $\leq$ ".

Po co to robić i jakie ma to zalety? Po pierwsze, nie przesądza to o dwu-wartościowości czy wielowartościowości ontologii. Po drugie - dopuszcza zwiększanie ilości twierdzeń prawdziwych lub będących prawdą (jeśli zakładamy, że prawda jest jedna). Jeśli np. coś ma wartość 5, to znaczy to tyle, że ktoś więcej prawd lub prawdy powiedział niż w zdaniu o wartości 1. Analogicznie z fałszem. Co do 0 – oznacza ono wtedy to, że nie wiadomo, co jest prawdą, a co nie. I po trzecie - łączy proste liczby i znaki matematyczne ze znakami logicznymi.

Może oczywiście działać to też w drugą stronę, bo powyższe po prostu zamienia znaki logiki na matematyki. Można jednak też na odwrót.

Warto być może powyższe zweryfikować skrótowo na trzech podstawowych prawach logiki klasycznej: 1) (nie)sprzeczności, 2) wyłączonego środka, 3) tożsamości:

$$1) \neg (p \wedge \neg p) = 0;$$

$$2) p \vee \neg p = 1;$$

$$3) p \rightarrow p, p \equiv p.$$

Zachodzi więc niezwykła sytuacja, bo w zależności od interpretacji:

- ad 1) prawo niesprzeczności działa i jest równoważne ze zdaniem o niepewnej wartości logicznej;
- ad 2) prawo wyłączonego środka działa i jest równoważne z podwojeniem prawdy;
- ad 3) prawo tożsamości działa i wynika z niego zwielokrotnienie, albo jest równoważne z utrzymaniem stanu zastanego.

Podobno stoicy uważali, że filozofia jest jak sad: logika to otaczający mur, drzewo to ontologia (tj. teoria bytu), owocem drzewa jest natomiast etyka. Być może lepiej byłoby przeformułować powyższe w ten sposób, że logika – to jest korzeń tego drzewa. To jednak można zostawić wyobraźni.

- i Cytat pochodzi z R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2017, s. 42.
- ii Jest to wariacja paradoksu Sorensena.
- iii Negacja i alternatywa mają ten sam znak. By jednak zwerbalizować różnice: w negacji chodzi o znak minus, w alternatywie – o odejmowanie. Jednak ze względu na to, że rzecz się ma spójników logicznych, być może takie powtórzenie jest uzasadnione.